UNIFEI - UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA

PROVA DE TRANSFERÊNCIA INTERNA, EXTERNA E PARA PORTADOR DE DIPLOMA DE CURSO SUPERIOR - 30/11/2014

CANDIDATO: ____

CURSO PRETENDIDO: ____________________________________

OBSERVAÇÕES:

1. Prova **SEM** consulta;
2. A prova **PODE** ser feita a lápis;
3. **PROIBIDO** o uso de calculadoras e similares;
4. Duração: **2 HORAS**.

Questão 1 (10 pontos). Seja a função $f(x) = \ln(x-3)$, qual o conjunto solução da inequação $f(x) < 0$?

a) $x < 3$ b) $0 < x < 3$ c) $3 < x < 4$ d) $x > 3$ e) $3 < x < 6$

Resposta: c)

Questão 2 (10 pontos). Resolva a inequação

$$\frac{3x+4}{1-x} \leq 2.$$

a) $\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} : -2 < x\}$ c) $\varnothing$ d) $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{2}{5} \leq x \quad \text{ou} \quad x > 1\right\}$
e) $\left\{x \in \mathbb{R} : \frac{2}{5} \leq x \quad \text{ou} \quad x > 1\right\}$

Resposta: d)

Questão 3 (10 pontos). Resolva a equação

$$\text{sen}^2(x) + 2\text{sen}(x) = 0$$

a) 0 b) $k\pi, k \in \mathbb{Q}$ c) -2 e 0 d) $k\pi, k \in \mathbb{Z}$ e) $\varnothing$

Resposta: d)

Questão 4 (10 pontos). Resolva a equação, com $x > 0$

$$4^x + 6^x + 6^x = 9^{x+1}$$

a) $\varnothing$ b) $\log_3 4$ c) 1 d) $\log_{2/3}(-3)$ ou $\log_{2/3}(1)$ e) $\log_{3/2}(-3)$ ou $\log_{3/2}(2)$

Resposta: a)

Questão 5 (10 pontos). A soma de dois números é 3 e o produto deles é 9. Qual é a soma de seus inversos?

a) $\frac{3+\sqrt{-27}}{2}$ b) 3 c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{3}{2}$

Resposta: d)

Questão 6 (10 pontos). Determine o valor de m para que a função $f(x) = mx^2 + (2m-1)x + (m-2)$, tenha duas raízes reais distintas.

Resposta: Primeiramente, devemos ter $m \neq 0$ para que a função seja quadrática. Sendo uma quadrática, para encontrarmos as raízes precisamos determinar o valor discriminante Δ, o qual deve ser positivo para termos raízes reais e distintas. Calculando obtemos,

$$\Delta = (2m-1)^2 - 4m(m-2) = 4m - 1 > 0.$$

Logo, devemos ter $m \neq 0$ e $m > -\frac{1}{4}$.

Questão 7 (10 pontos). Seja a função $f(x) = x^5 - 32$, encontre a função inversa de f e encontre seu domínio.

Resposta: Devemos resolver $y = x^5 - 32$ para x, donde

$$x = \sqrt[5]{y+32}.$$

Assim a função inversa é $f^{-1}(x) = \sqrt[5]{x+32}$, cujo domínio é $\mathbb{R}$.

Questão 8 (10 pontos). Dê a definição de função e a definição de função injetora.

Resposta: Função, $f : A \to B$, entre dois conjuntos A e B é toda relação de A em B que para cada elemento do domínio A associa um único elemento no conjunto B.

Função injetora é uma função para a qual vale a seguinte sentença:

$$\forall \quad y_1, y_2 \in f(A), \quad y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \quad y_1 = y_2 \Rightarrow x_1 = x_2.$$

Questão 9 (10 pontos). Resolva a equação

$$4^x + 6^x = 9^x$$

Resposta: Passando 9^x dividindo em ambos os membros temos,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = 1,$$

fazendo a substituição $z = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ vem

$$z^2 + z - 1 = 0 \Rightarrow z_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \quad z_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$$

voltando à substituição, devemos descartar a raiz negativa. Logo

$$x = \log_{2/3}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right).$$

Questão 10 (10 pontos). Resolva a equação

$$|x+1| = 3x + 6.$$

Resposta: Devemos ter primeiramente $3x + 6 > 0$ ou seja, $x > 2$. Resolvendo para as sentenças do módulo temos

$$x + 1 = 3x + 6 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

ou

$$x + 1 = -3x - 6 \Rightarrow x = -\frac{7}{2}$$

Como em ambas as situações temos soluções menores que 2 a solução do problema é vazia.

UNIFEI - UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROVA DE CÁLCULO 1

PROVA DE TRANSFERÊNCIA INTERNA, EXTERNA E PARA PORTADOR DE DIPLOMA DE CURSO SUPERIOR - 30/11/2014

CANDIDATO: ____

CURSO PRETENDIDO: ___________________________________

OBSERVAÇÕES:

1. Prova **SEM** consulta;
2. A prova **PODE** ser feita a lápis;
3. **PROIBIDO** o uso de calculadoras e similares;
4. Duração: **2 HORAS**.

Questão 1 (10 pontos). Seja a função $f(x) = \ln(x-2)$, qual o conjunto solução da inequação $f(x) < 0$?

a) $x < 3$ b) $0 < x < 3$ c) $2 < x < 3$ d) $x > 2$ e) $x > 3$

Resposta: c)

Questão 2 (10 pontos). Sabendo que a função

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+5}-\sqrt{x+7}}{x-2}, & x \neq 2 \\ k, & x = 2 \end{cases}$$

é contínua, encontre o valor de k.

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{7}{5}$ d) $\frac{5}{7}$ e) 0

Resposta: a)

Questão 3 (10 pontos). Se $3x^2 + 2xy + y^2 = 2$, quanto vale $\frac{dy}{dx}$ em $x = 1$,

a) -2 b) 0 c) 2 d) 4 e) $\nexists$

Resposta: e)

Questão 4 (10 pontos). Se $\frac{df(x)}{dx} = g(x)$ e $\frac{dg(x)}{dx} = f(x^2)$, então $\frac{d^2 f(x^3)}{dx^2}$ vale

a) $f(x^6)$ b) $g(x^3)$ c) $9x^4f(x^6)+6xg(x^3)$ d) $6x^3g(x^3)+3x^2f(x^3)$ e) $g(x^3)f(x^6)$

Resposta: c)

Questão 5 (10 pontos). Qual o valor de

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1}dx.$$

a) $\frac{4-\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\ln(2)$ d) $\frac{1}{2}\ln(2)$ e) 1

Resposta: a)

Questão 6 (10 pontos). Calcule

$$\lim_{x\to 0^+} \text{sen }(x)\ln(x).$$

Resposta:

$$\lim_{x\to 0^+} \text{sen }(x)\ln(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\text{sen }(x)}{x} x\ln(x)$$

Sabendo que

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\text{sen }(x)}{x} = 1,$$

precisamos calcular

$$\lim_{x\to 0^+} x\ln(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(x)}{\frac{1}{x}},$$

usando L'Hospital

$$\lim_{x\to 0^+} x\ln(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}} = \lim_{x\to 0^+} -x = 0,$$

logo

$$\lim_{x\to 0^+} \text{sen }(x)\ln(x) = 0.$$

Questão 7 (10 pontos). Calcule $\frac{dy}{dx}$ sendo

$$y = \cosh\left(\text{arcsen }(3^{x^2\ln(x)})\right)$$

Resposta:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\operatorname{senh}\left(\operatorname{arcsen}\left(3^{x^2\ln(x)}\right)\right)3^{x^2\ln(x)}\ln 3\,(x+2x\ln(x))}{\sqrt{(1-3^{2x^2\ln(x)})}}$$

Questão 8 (10 pontos). Calcule

$$\int \frac{2}{x^2(x-1)}dx$$

Resposta:

$$2\ln(x)+\frac{2}{x}+2\ln(|x-1|)$$

Questão 9 (10 pontos). Determine dois números positivos cuja soma seja 4 e tal que a soma do cubo do menor com o quadrado do maior seja mínima.

Resposta: Sejam x e y estes dois números, então temos

$$x+y=4$$

e

$$f(x)=x^3+y^2=x^3+(4-x)^2$$

o valor que procuramos é um ponto de mínimo positivo de f. Asim,

$$f'(x)=3x^2-2(4-x)=0\Rightarrow x=\frac{4}{3}.$$

Calculando, $f''(4/3)=10$.

Logo, os número procuramos são $\frac{4}{3}$ e $\frac{8}{3}$.

Questão 10 (10 pontos). Determine a área delimitada pelos pontos do plano (x,y), tais que $x^2\leq x\leq\sqrt{x}$.

Resposta: A área é dada por

$$\int_0^1 \left[\sqrt(x) - x^2\right] dx = \frac{1}{3}$$